Wurzel-, Potenz- und Logarithmengesetze

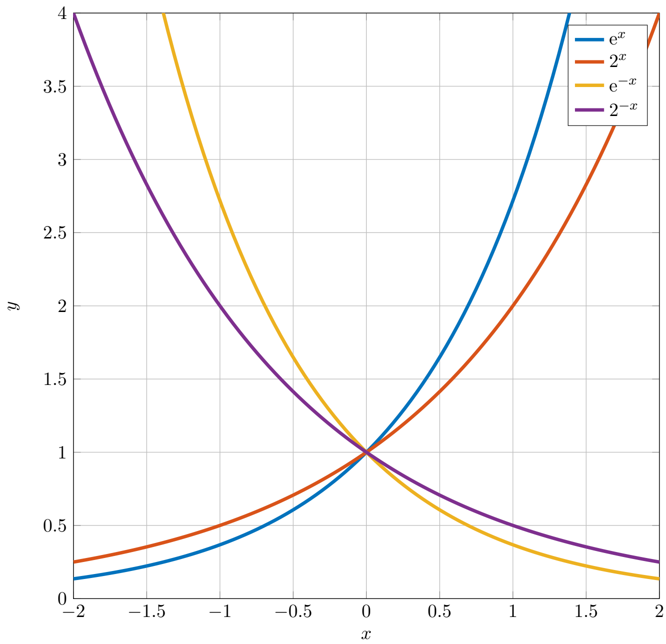
Christoph Laabs, christoph.laabs@tu-dresden.de

Grundlegende Potenzregeln

Man nennt den Ausdruck

$$y = a^x$$

eine Potenz mit der Basis a, dem Exponenten x und dem Numerus y.



$a^0 = 1$	Potenz mit dem Exponent 0
$a^1 = a$	Potenz mit dem Exponent 1
$a^m a^n = a^{m+n}$	Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis: *Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem ihre Exponenten addiert werden.*
$(a^n)^m = a^{nm}$	Potenzierung von Potenzen: *Potenzen werden potenziert, indem alle Exponenten miteinander multipliziert werden.*
$a^n b^n = (ab)^n$	Multiplikation von Potenzen mit gleichem Exponenten: *Potenzen mit gleichem Exponent werden multipliziert, indem die Basen multipliziert werden.*
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Potenz mit negativem Exponenten
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	Division von Potenzen mit gleicher Basis
$a^{\frac{b}{n}} = \sqrt[n]{a^b}$	Potenz, deren Exponent ein Bruch ist. (Achtung: wenn n gerade ist, muss $a > 0$ sein!)

Wurzelgesetze

Die Wurzelgesetze können aus den Potenzgesetzen abgeleitet werden. Der Ausdruck $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ heißt *Wurzel* mit dem *Radikand* a. Für $a^{\frac{1}{n}}$ spricht man von der *n-ten Wurzel* des *Radikanden* a mit dem *Wurzelexponent* n.

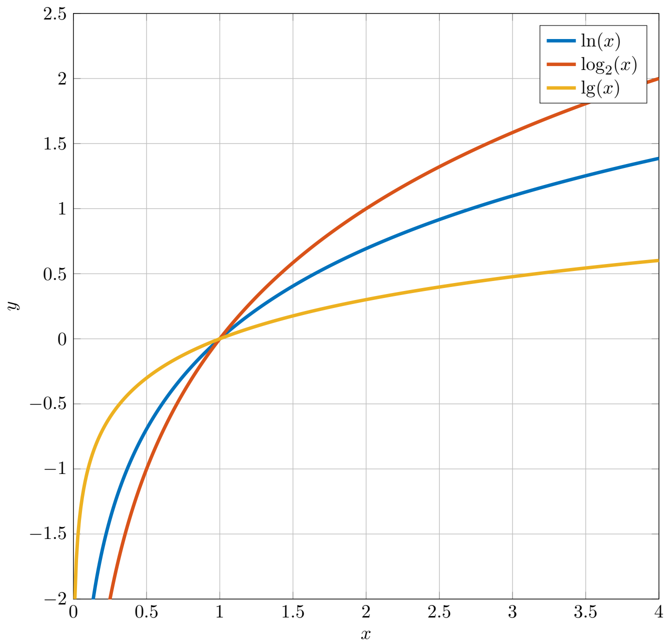
- $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

Logarithmengesetze

Der Logarithmus ist definiert über

$$\log_a(c) = b \Leftrightarrow a^b = c.$$

Dabei ist b der *Logarithmus* des *Numerus* c zur *Basis* a.



Es gibt verschiedene spezielle Logarithmen zu festgelegten Basen:

- $\log_a(c)$ ist der allgemeine Logarithmus.
- $\lg(c) = \log_{10}(c)$ ist der dekadische Logarithmus.
- $\ln(c) = \log_{\mathrm{e}}(c)$ ist der natürliche Logarithmus (logarithmus naturalis).
- $\mathrm{ld}(c) = \log_2(c)$ ist der duale Logarithmus (logarithmus dualis).

$\log_a(1) = 0$	Nullstelle aller Logarithmen
$\log_a(x) + \log_a(y) = \log_a(xy)$	Addition von Logarithmen
$-\log_a(x) = \log_a\left(\dfrac{1}{x}\right)$	Negation von Logarithmen
$\log_a(x) - \log_a(y) = \log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)$	Subtraktion von Logarithmen
$n\log_a(x) = \log_a\left(x^n\right)$	Multiplikation eines Logarithmus mit einer natürlichen Zahl
$\dfrac{\log_b(x)}{\log_b(a)} = \log_a(x)$	Basisumwandlung / Division von Logarithmen